الإحتمال



❁مصطلحات ومفاهيم أساسية

(الأحداث & العمليات على الأحداث)

❁ مسلمات وقوانين الإحتمال & حساب الإحتمال



الأحداث &
العمليات على الأحداث





التجربة العشوائية
Random experiment

هى كل تجربة يمكن معرفة جميع النواتج الممكنة لها قبل إجرائها ولكن لا نستطيع أن نحدد اياً من هذه النواتج سوف يتحقق فعلا عند إجرائها .

فضاء العينة (فضاء النواتج)
Sample space (outcomes)

هو مجموعة كل النواتج ممكنة الحدوث للتجربة العشوائية ويرمز لها بالرمز (ف) ويرمز لعدد عناصر فضاء العينة بالرمز ن(ف)

ملاحظات هامة

(١) إذا كان ن هو عدد النواتج الممكنة لتجربة عشوائية ، ر عدد مرات اجراء التجربة فإن عدد عناصر فضاء العينة = $(ن)^{ر}$.

فمثلاً عند القاء حجر مرتين متتاليتين فإن عدد عناصر فضاء العينة = $(٦)^{٢}$ = ٣٦

(٢) فضاء العينة لتجربة القاء حجر نرد مرتين متتاليتين هو نفسه فضاء العينة لتجربة القاء حجرى نرد معا مرة واحدة.

(٣) فضاء العينة لتجربة القاء قطعة نقود مرتين متتاليتين هو نفسه فضاء العينة لتجربة القاء قطعتى نقود معا مرة واحدة.

(٤) يمكن تمثيل فضاء العينة ف بإحدى الطرق الأتية :

(أ) بإستخدام الجدول

(ب) بإستخدام الشبكة البيانية

(ج) بإستخدام الشجرة البيانية

مثال١

أكتب فضاء العينة لتجربة القاء قطعة نقود مرتين وملاحظة تتابع الصور والكتابات مبيناً عدد عناصره .





الحل

الرمية الثانية / الرمية الأولى	ص	ك
ص	(ص، ص)	(ص، ك)
ك	(ك، ص)	(ك، ك)

ف = {(ص، ص) ، (ص، ك) ، (ك، ص) ، (ك، ك)}

عدد عناصر فضاء العينة ن(ف)= $(٢)^{٢}$ = ٤

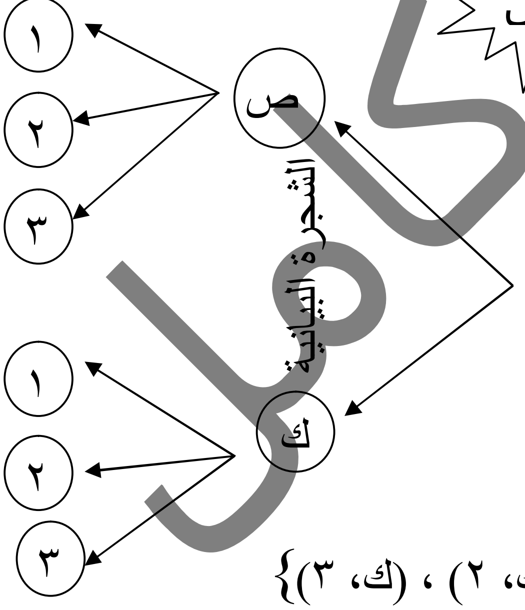
مثال٢

أكتب فضاء العينة لتجربة القاء قطعة نقود ثم حجر نرد فيه وجهان يحملان الرقم ١ ووجهان يحملان الرقم ٢ ، ووجهان يحملان الرقم ٣ وملاحظة ما يظهر على وجهيهما العلويين .



الحل

يمكن ايجاد فضاء العينة باستخدام الجدول أو الشبكة البيانية أو الشجرة البيانية كالاتى



حجر النرد / قطعة النقود	١	٢	٣
ص	(ص ، ١)	(ص ، ٢)	(ص ، ٣)
ك	(ك ، ١)	(ك ، ٢)	(ك ، ٣)

ف = {(ص، ١) ، (ص، ٢) ، (ص، ٣) ، (ك، ١) ، (ك، ٢) ، (ك، ٣)}

عدد عناصر فضاء العينة ن(ف)= ٢ × ٣ = ٦

الأحداث The events

الحدث The event هو أى مجموعة جزئية من فضاء العينة ف

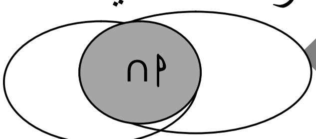
الحدث البسيط (الأولى) The simple event هو مجموعة جزئية من فضاء العينة تحتوى عنصر واحد فقط

الحدث المؤكد The certain event هو الحدث الذى عناصره هى عناصر فضاء العينة ف وهو حدث مؤكد الوقوع فى كل مرة تجرى فيها التجربة .

الحدث المستحيل The impossibl event
هو حدث لا يمكن أن يقع عند إجراء التجربة العشوائية وهوحدث خالى من اى عناصر ويرمز له بالرمز ∅

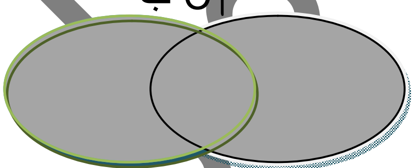
العمليات على الأحداث Operation of the events

التقاطع ∩ تقاطع الحدثين أ ، ب هو الحدث أ ∩ ب الذى يحوى عناصر فضاء العينة التى تنتمى الى أ و ب ويعنى وقوع الحدثين معاً

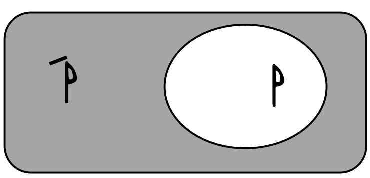


الإتحاد ∪ إتحاد الحدثين أ ، ب هو الحدث أ ∪ ب الذى يحوى كل عناصر فضاء العينة التى تنتمى إلىأ أو ب ويعنى وقوع أ أو ب أو كليهما ويعنى وقوع أحد الحدثين على الأقل

أ ∪ ب

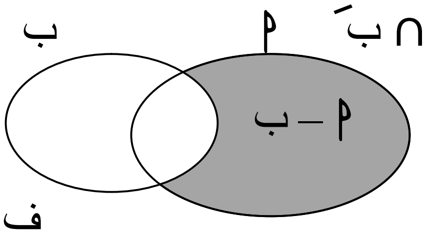


الإكمال الحدث أَ يسمى الحدث المكمل للحدث أ لذلك يحوى كل عناصر فضاء العينة التى لا تنتمى إلى الحدث أ ويعنى عدم وقوع الحدث أ



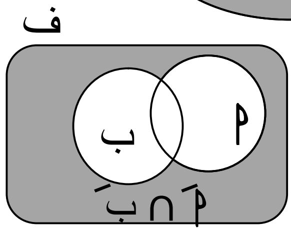
الفرق

الحدث أ – ب يحوى كل عناصر الفضاء التى تنتمى إلى أ ولا تنتمى إلى ب ويعنى وقوع أ وعدم وقوع ب (يعنى حدث وقوع أ فقط) وهى نفس عناصر أ ∩ بَ



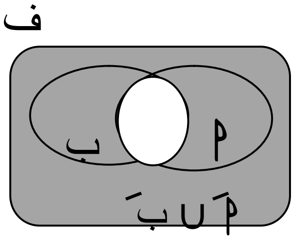
قانونا دى مورجان

إذا كان أ ، ب حدثين من ف فإن :



❁حدث عدم وقوع أى من الحدثين أو حدث عدم وقوع أ وعدم وقوع ب

أَ ∩ بَ = (أ ∪ ب)َ



❁ حدث عدم وقوع أ أوعدم وقوع ب (حدث عدم وقوع الحدثين معا)

(حدث وقوع أحد الحدثين على الأكثر) أَ ∪ بَ = (أ ∩ ب)َ

الأحداث المتنافية

يقال لحدثين أنهما متنافيان إذا استحال وقوعهما معا(فى نفس الوقت) أى أن وقوع أحدهما يمنع وقوع الأخر

تعريف

❁ يقال إن الحدثين أ، ب من فضاء عينة ف متنافيان إذا وفقط إذا كان أ ∩ ب = Ø

❁ يقال لعدة أحداث انها متنافية إذا وفقط إذا كانت متنافية مثنى مثنى .

ملاحظات

الاحداث البسيطة (الأولية) المختلفة فى أى تجربة عشوائية تكون متنافية

الحدث أ ومكمله أَ متنافيان ويكون :

❁ أ ∪ أَ = ف

❁ أ ∩ أَ = Ø

الإحتمال *probability*

❁حساب الاحتمال

إذا كان ف فضاءعينة لتجربة عشوائية فإن إحتمال وقوع أى حدث أ يرمز له بالرمز ل(أ)

حيث إحتمال وقوع الحدث = $\frac{\text{عدد عناصر الحدث أ}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}}$ ⟸ ل(أ) = $\frac{\text{ن(أ)}}{\text{ن(ف)}}$

مسلمات الإحتمال *Axioms of probability*

(١) إحتمال الحدث المستحيل = صفر ⟸ ل($\emptyset$) = صفر

(٢) إحتمال وقوع الحدث المؤكد = ١ ⟸ ل(ف) = ١

(٣) صفر $\leqslant$ إحتمال وقوع أى حدث $\leqslant$ ١ ⟸ ٠ $\leqslant$ ل(أ) $\leqslant$ ١

أى أن إحتمال وقوع أى حدث هو عدد حقيقى ينتمى للفترة [٠، ١]

(٤)إذا كان أ،ب حدثين متنافيين فإن ل(أ $\cap$ ب)= صفر ⟸ ل(أ $\cup$ ب)=ل(أ) +ل(ب)

ويمكن تعميمها لأى عدد من الأحداث المتنافية ل(أ$_١$ $\cup$ أ$_٢$ $\cup$ أ$_٣$ $\cup$ .... $\cup$ أ$_ن$)

= ل(أ$_١$) + ل(أ$_٢$)+ل(أ$_٣$) + ...+ ل(أ$_ن$)

(٥) مجموع إحتمالات نواتج أى تجربة عشوائية = ١

نتائج هامة

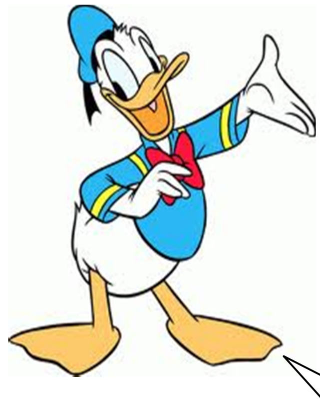
التعبير اللفظى عن الحدث	القـانــــــون الريــــــــاضى
❁ إحتمال عدم وقوع الحدث = ١ – إحتمال وقوعه	ل(أَ) = ١ – ل(أ)
❁ إحتمال وقوع أ فقط ❁ إحتمال وقوع أ وعدم وقوع ب	ل(أ–ب) = ل(بَ – أَ) = ل (أ ∩ بَ) = ل(أ) – ل(أ ∩ ب)
❁إحتمال وقوع ب فقط ❁ إحتمال وقوع ب وعدم وقوع أ	ل(ب – أ) = ل(أَ – بَ) = ل (ب ∩ أَ) = ل(ب) – ل(أ ∩ ب)
❁ إحتمال وقوع أ أو ب أوكليهما ❁ إحتمال وقوع أحدهما على الأقل ❁ إحتمال وقوع أى من الحدثين	ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) – ل(أ ∩ ب) ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب–أ)
❁ إحتمال وقوع الحدثين أ و ب معا	ل(أ ∩ ب) = ل(أ – بَ) = ل(أ) + ل(ب) – ل(أ ∪ ب)
❁إحتمال وقوع أحد الحدثين دون الأخر ❁ إحتمال وقوع أ فقط أو ب فقط	ل(أ – ب) ∪ ل(ب – أ) = ل(أ ∪ ب) – ل(أ ∩ ب)
❁ إحتمال عدم وقوع أ وعدم وقوع ب ❁ إحتمال عدم وقوع أى من الحدثين	ل(أَ ∩ بَ) = ل(أَ – ب) = ل(أ ∪ ب)َ = ١ – ل(أ ∪ ب)
❁ إحتمال عدم وقوع أ أو عدم وقوع ب ❁ إحتمال وقوع أحدهما على الأكثر	ل(أَ ∪ بَ) = ل(أ ∩ ب)َ = ١ – ل(أ ∩ ب)
❁ إحتمال عدم وقوع أ أو وقوع ب ❁إحتمال عدم وقوع أ فقط	ل(أَ ∪ ب) = ل(أَ) + ل(أ ∩ ب) أو ل(أَ ∪ ب) = ل(أ – ب)َ = ١ – ل(أ – ب)
❁إحتمال عدم وقوع ب أو وقوع أ ❁إحتمال عدم وقوع ب فقط	ل(بَ ∪ أ) = ل(بَ) + ل(أ ∩ ب) أو ل(بَ ∪ أ) = ل(ب – أ)َ = ١ – ل(ب – أ)

مثال٣



إذا كان م ، ب حدثين من فضاء نواتج لتجربة عشوائية ف حيث

ل(م) = ٠,٤ ، ل(بَ) =٣ل(ب)، ل(م ∩ ب) = ٠,٢



إحسب إحتمال :

(١) وقوع م فقط

(٢) وقوع م أو ب

(٣) عدم وقوع م وعدم وقوع ب

الحل

∵ ل(بَ) =٣ل(ب) ∴ ١ – ل(ب) =٣ل(ب)

⟸ ١ = ٣ل(ب) +ل(ب)

∴ ٤ل(ب) = ١ ⟸ ل(ب) = $\frac{١}{٤}$ = ٠,٢٥

(١) إحتمال وقوع م فقط

ل(م–ب) = ل(م) – ل(م ∩ ب) = ٠,٤ – ٠,٢ = ٠,٢

(٢) إحتمال وقوع م أو ب

ل(م ∪ ب) = ل(م) +ل(ب) – ل(م ∩ ب) = ٠,٤ + ٠,٢٥ – ٠,٢ = ٠,٤٥

(٣) إحتمال عدم وقوع م وعدم وقوع ب تعنى ل(مَ ∩ بَ)

ل(مَ ∩ بَ)=ل(م ∪ ب)َ=١– ل(م ∪ ب) = ١– ٠,٤٥ = ٠,٥٥

لا تنحنى مهما كان الأمر ضرورياً فربما لا تأتيك الفرصة لكى ترفع رأسك مرة أخرى " عمر المختار"

مثال٤



إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية

فإذا كان ل(أ) =٠,٨ ،ل(ب) =٠,٦ ، ل(أ∪ب)َ = ٠,١

فأحسب إحتمال كل من الأحداث الأتية : -



(١) حدث وقوع أحد الحدثين على الأقل

(٢) حدث وقوع أ فقط

(٣) حدث وقوع أحد الحدثين فقط

(٤) حدث وقوع أحد الحدثين على الأكثر .

الحل

(١) إحتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل ل(أ ∪ ب)

∵ ل(أ ∪ ب)َ = ٠,١ ⟸ ل(أ ∪ ب)َ = ١ – ل(أ ∪ ب)

∴ ل(أ ∪ ب) = ١ – ل(أ ∪ ب)َ = ١ – ٠,١ = ٠,٩

∵ ل(أ ∩ ب) = ل(أ) + ل(ب) – ل(أ ∪ ب) = ٠,٨ + ٠,٦ – ٠,٩ = ٠,٥

(٢) إحتمال وقوع أ فقط (إحتمال وقوع أ وعدم وقوع ب)

ل(أ–ب) = ل(أ) – ل(أ ∩ ب) = ٠,٨ – ٠,٥ = ٠,٣

(٣) إحتمال وقوع أحد الحدثين فقط (إحتمال وقوع أ فقط أو وقوع ب فقط)

ل(أ – ب) ∪ ل(ب–أ)= ل(أ ∪ ب) – ل(أ ∩ ب) = ٠,٩ – ٠,٥ = ٠,٤

(٤) إحتمال وقوع أحد الحدثين على الأكثر(عدم وقوع أ أو عدم وقوع ب)

ل(أَ ∪ بَ)=ل(أ ∩ ب)َ=١– ل(أ ∩ ب) = ١ – ٠,٥ = ٠,٥

مثال٥



إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء نواتج لتجربة عشوائية ما وكان

ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{١٢}$ ، ل(أَ) = $\frac{٢}{٣}$ ، ل(أَ ∩ بَ) = $\frac{٥}{١٢}$ إحسب

(١) إحتمال وقوع أحدهما على الأقل.

(٢) إحتمال وقوع ب فقط.

(٣) إحتمال وقوع أحدهما على الأكثر .

الحل

∵ ل(أَ) = $\frac{٢}{٣}$ ⟸ ل(أ) = ١ − $\frac{٢}{٣}$ = $\frac{١}{٣}$

ل(أَ ∩ بَ) = $\frac{٥}{١٢}$ ⟸ ل(أ ∪ ب)َ = $\frac{٥}{١٢}$

∴ ١ − ل(أ ∪ ب) = $\frac{٥}{١٢}$ ⟸ ل(أ ∪ ب) = ١ − $\frac{٥}{١٢}$ = $\frac{٧}{١٢}$

(١) إحتمال وقوع أحدهما على الأقل تعنى: ل(أ ∪ ب) = $\frac{٧}{١٢}$

❁ نوجد ل(ب)

∵ ل(أ ∪ ب) = ل(أ) + ل(ب) − ل(أ ∩ ب)

$\frac{٧}{١٢}$ = $\frac{١}{٣}$ + ل(ب) − $\frac{١}{١٢}$ ⟸ $\frac{٧}{١٢}$ = $\frac{١}{٤}$ + ل(ب) ⟸ ل(ب) = $\frac{٧}{١٢}$ − $\frac{١}{٤}$ = $\frac{١}{٣}$

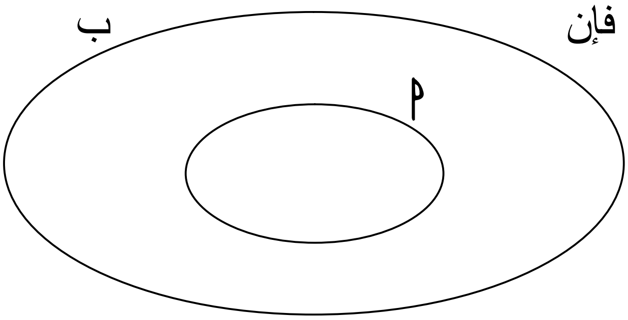
(٢) إحتمال وقوع ب فقط : ل(ب − أ) = ل(ب) − ل(أ ∩ ب) = $\frac{١}{٣}$ − $\frac{١}{١٢}$ = $\frac{١}{٤}$

(٣) إحتمال وقوع أحدهما على الأكثر: ل(أَ ∪ بَ) = ل(أ ∩ ب)َ

= ١ − ل(أ ∩ ب) = ١ − $\frac{١}{١٢}$ = $\frac{١١}{١٢}$

ملاحظة خطيررة (١)

إذا كان أ ⊂ ب فإن



❁ ل(أ ∩ ب) = ل(أ)

❁ ل(أ ∪ ب) = ل(ب)

❁ ل(أ − ب) = صفر

❁ ل(ب − أ) = ل(ب) − ل(أ)

ملاحظة خطيررة (٢)

إذا كان ل(أ) = ل(أ̅) فإن ل(أ) = $\frac{١}{٢}$

مثال٦

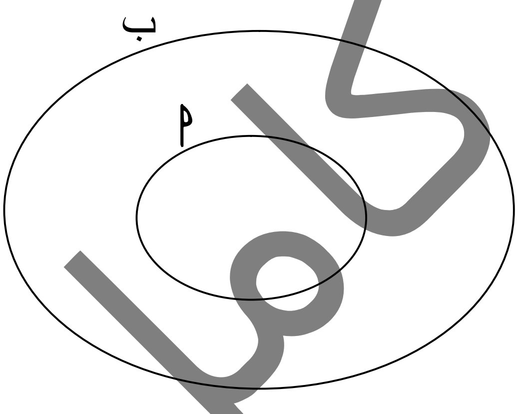


إذا كان أ ، ب حدثين من فضاءالعينة ف لتجربة عشوائية ، وكان

أ ⊂ ب، ل(أ) = $\frac{١}{٢}$ ، وإحتمال وقوع ب فقط يساوى ٠,٢

إحسب إحتمال عدم وقوع ب

الحل



إحتمال وقوع ب فقط ل(ب − أ)

∵ أ ⊂ ب

∴ ل(ب − أ) = ل(ب) − ل(أ)

٠,٢ = ل(ب) − $\frac{١}{٢}$

ل(ب) = ٠,٢ + $\frac{١}{٢}$ = ٠,٢ +٠,٥ = ٠,٧

∴ إحتمال عدم وقوع ب ل(ب̅) = ١ − ٠,٧= ٠,٣



إذا كان ف فضاء العينة لتجربة عشوائية حيث ف = {أ ، ب ، جـ}

وكان $\frac{\text{ل (أَ)}}{\text{ل (أ)}} = \frac{٧}{٣}$ ، ٢ل(ب) = ٣ ل(بَ) فأوجد $\frac{\text{ل (جَ)}}{\text{ل (جـ)}}$

الحل

∵ $\frac{\text{ل (أَ)}}{\text{ل (أ)}} = \frac{٧}{٣}$ ⟸ $\frac{\text{١−ل(أ)}}{\text{ل (أ)}} = \frac{٧}{٣}$ ⟸ ٧ل(أ) = ٣ − ٣ل(أ)

٣ل(أ) + ٧ل(أ) = ٣ ⟸ ١٠ل(أ) = ٣ ⟸ ل(أ) = $\frac{٣}{١٠}$

٢ل(ب) = ٣ ل(بَ) ⟸ ٢ل(ب) = ٣ (١ − ل(ب))

٢ل(ب) = ٣ − ٣ل(ب) ⟸ ٢ل(ب) + ٣ل(ب) = ٣

٥ل(ب) = ٣ ⟸ ل(ب) = $\frac{٣}{٥}$

∵ مجموع إحتمالات نواتج أى تجربة عشوائية = ١

∴ ل(أ) + ل(ب) + ل(جـ) = ١ ⟸ $\frac{٣}{١٠}$ + $\frac{٣}{٥}$ + ل(جـ) = ١

$\frac{٩}{١٠}$ + ل(جـ) = ١ ⟸ ل(جـ) = ١ − $\frac{٩}{١٠}$ = $\frac{١}{١٠}$

ل(جَ) = ١ − $\frac{١}{١٠}$ = $\frac{٩}{١٠}$ ⟸ $\frac{\text{ل (جَ)}}{\text{ل (جـ)}} = \frac{٩}{١٠} \div \frac{١}{١٠} = ٩$

مثال٨



إذا كان م ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية ، وكان

ل(ب) = $\frac{١}{٥}$ ، ل(م ∪ ب) = $\frac{١}{٣}$ أوجد ل(م) إذا كان :

(١) م ، ب حدثين متنافيين (٢) ب ⊂ م

الحل

(١) ∵ م ، ب حدثين متنافيين ∴ ل(م ∩ ب) = صفر

ل(م ∪ ب) = ل(م) + ل(ب) − ل(م ∩ ب) ⟸ $\frac{١}{٣}$ = ل(م) + $\frac{١}{٥}$ − صفر

ل(م) = $\frac{١}{٣}$ − $\frac{١}{٥}$ = $\frac{٢}{١٥}$

(٢) ∵ ب ⊂ م ⟸ ل(م ∪ ب) = ل(م) = $\frac{١}{٣}$

مثال٩



إذا كان ف = { م ، ب ، ج } فضاء عينة وكان :

٢٠ل(م) = ١٥ ل(ب) = ١٢ل(ج) فأوجد ل(م)، ل(ب)، ل(ج)

الحل

بوضع ٢٠ل(م) = ١٥ ل(ب) = ١٢ل(ج) = س

٢٠ل(م) = س ⟸ ل(م) = $\frac{س}{٢٠}$

١٥ ل(ب) = س ⟸ ل(ب) = $\frac{س}{١٥}$

١٢ل(ج) = س ⟸ ل(ج) = $\frac{س}{١٢}$

∵ مجموع إحتمالات نواتج أى تجربة عشوائية = ١ ∴ ل(م) + ل(ب) + ل(ج) = ١

$\frac{س}{٢٠}$ + $\frac{س}{١٥}$ + $\frac{س}{١٢}$ = ١ ⟸ س ($\frac{١}{٢٠}$ + $\frac{١}{١٥}$ + $\frac{١}{١٢}$) = ١ ⟸ س × $\frac{١}{٥}$ = ١ ⟸ س = ٥

∴ ل(م) = $\frac{٥}{٢٠}$ = $\frac{١}{٤}$

ل(ب) = $\frac{٥}{١٥}$ = $\frac{١}{٣}$

ل(ج) = $\frac{٥}{١٢}$



تمارين(١٤)

١ أكمل ما يأتى :-

(١) التجربة العشوائية هى ....

(٢) فضاء العينة لتجربة عشوائية هو ....

(٣) عند إلقاء حجر نرد منتظم مرة واحدة وملاحظة العدد الظاهر على الوجه العلوى فإن فضاء النواتج ف = ...

(٤) عند القاء قطعة نقود مرتين متتاليتين فإن حدث ظهور صورة على الأكثر = ...

(٥) عند إلقاء حجر نرد منتظم ثم قطعة نقود وملاحظة الوجه العلوى لكل منهما فإن حدث ظهور عدد أولى = ...

(٦) عند إلقاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين وملاحظة الوجه العلوى فى كل مرة فإن حدث مجموع العددين الظاهرين يساوى ٥ هو ....

(٧) عند القاء قطعة نقود ثلاث مرات متتاليات وملاحظة تتابع الصور والكتابات فإن حدث ظهور صورتين بالضبط = ...

(٨) إحتمال وقوع الحدث المستحيل =.............. ، وإحتمال وقوع الحدث المؤكد = ...

(٩) إذا كان أ حدث من فضاء عينة ف لتجربة عشوائية فإن ل(أ) ∈ ....

(١٠) إذا كان إحتمال نجاح طالب = ٨٠% فإن إحتمال رسوبه = ...

(١١) إذا كان حدثين متنافيين فإن (أ ∩ ب) = ...،(أ – ب)= ...... ، (ب – أ)= ......

(١٢) إذا كان إذا كان ب ⊂ أ فإن(أ ∩ ب) = ... ،(أ ∪ ب)= ...... ، (ب – أ)= ......

(١٣) إذا كان أ ∩ ب = Ø ، ل(أَ) = ٠,٧ ، ل(بَ) = ٠,٤فإن :

ل(أ ∩ ب) = ... ، ل (أ ∪ ب)= .... ،ل(أ – ب)= ....

٢ إختر الإجابة الصحيحة :-

❁ فى تجربة القاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين فإن :

(١) احتمال الحصول على العدد ٥ فى الرمية الأولى والعدد٦ فى الرمية الثانية هو .....

ﭐ ١/٢٤ ب ١/٣٠ **جـ ١/٣٦** ى ١/٦

(٢) احتمال الحصول على العدد ٥ فى إحدى الرميتين والعدد٦ فى الرمية الأخرى هو .....

ﭐ ١/١٢ ب ١/٦ جـ ٥/٣٦ **ى ١/١٨**

(٣) إحتمال الحصول على عددين متساويين فى الرميتين هو ....

ﭐ ١/٥ ب ١/٣٦ **جـ ١/٦** ى ١/١٨

❁ إذا القيت قطعة نقود منتظمة مرة واحدة فإن احتمال عدم ظهور الصورة يساوى ....

ﭐ صفر ب ١/٣ **جـ ١/٢** ى ١

❁إذا أختير حرف عشوائى من حروف المجموعة ف = {ﭐ،ب ،جـ،د،هـ، و، ر، ك ،م ، ع}

فإن إحتمال أن يكون هذا الحرف أحد حروف كلمة مبروك هو ....

ﭐ ١/٤ ب ١/٣ **جـ ١/٢** ى ٢/٣

❁ إذا كان ﭐ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، ﭐ ⊃ ب فإن (ﭐ ∪ ب)= ....

ﭐ ل(ﭐ) **ب ل(ب)** جـ ل(ﭐ)+ل(ب) ى ل(ﭐ ∩ ب)

❁ إذا كان ﭐ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية ، ﭐ ⊃ ب فإن

ﭐ ل (ﭐ ∪ ب)=ل(ب) ب ل (ﭐ ∪ ب)= ١ - ل(ﭐ̄)

جـ ل (ﭐ ∩ ب)=ل(ب) ى ل (ﭐ ∩ ب)= صفر

❁ ألقى حجر نرد منتظم مرة واحدة على منضدة ولوحظ العدد الظاهر على وجهه العلوى فإن إحتمال الا يزيد هذا العدد عن ٥ ولا يقل عن ٣ هو ....

(أ) $\frac{١}{٦}$	(ب) $\frac{١}{٣}$	(جـ) $\frac{١}{٢}$	(ء) $\frac{٢}{٣}$

❁ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية فإن إحتمال وقوع أحدهما فقط هو

(أ) ل (أ ∪ ب)	(ب) ل (أ ∪ ب)َ	(جـ) ل (أ ∪ ب) − ل(أ ∩ ب)	(ء) ل(أ ∩ ب)

❁ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء عينة لتجربة عشوائية وكان ل (ب) = $\frac{١}{٢}$ ، ل(أ) = ١ − ل(ب) فإن ....

(أ) ل(أ) = ل(ب)	(ب) ل(أ) < ل(ب)	(جـ) ل(أ) > ل(ب)	(ء) ل(أ) + ل(ب) = ١

❁ فى تجربة القاء حجر نرد منتظم مرتين متتاليتين ولوحظ العدد الظاهر على الوجه العلوى فى كل مرة فإن إحتمال وقوع حدث الفرق المطلق للعددين يساوى ٤ هو ......

(أ) $\frac{٥}{١٨}$	(ب) $\frac{١}{٦}$	(جـ) $\frac{١}{٩}$	(ء) $\frac{٥}{٣٦}$

أى من الأتى يصلح لأن يكون إحتمال أحد الأحداث ؟

(أ) $\frac{٥}{١٨}$	(ب) − $\frac{١}{٦}$	(جـ) $\frac{٥}{٣}$	(ء) ١,٢

==

٣ إذا كان أ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية وكان ل(أ) = ٠,٦ ، ل(ب) = ٠,٥ ، ل(أَ ∪ بَ) = ٠,٧ فأوجد إحتمال كل مما يأتى :

(١) وقوع الحدثين أ ، ب معا [٠,٣]

(٢) وقوع أ فقط [٠,٣]

(٣) وقوع أحد الحدثين على الأقل [٠,٨]

(٤) وقوع أحد الحدثين فقط [٠,٥]

٤ إذا كان ﻡ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية وكان إحتمال وقوع الحدث ﻡ = ٠,٥ وإحتمال وقوع الحدث ب = ٠,٦ وإحتمال عدم وقوع الحدثين معا = ٠,٨ فأوجد

(١) إحتمال وقوع الحدث ﻡ والحدث ب معا [٠,٢]

(٢) إحتمال وقوع أحد الحدثين على الأقل [٠,٩]

(٣) إحتمال وقوع الحدث ب وعدم وقوع الحدث ﻡ [٠,٤]

===

٥ إذا كان ﻡ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية وكان ﻡ ⊂ ب ،

ل(ﻡ ∪ ب) = $\frac{٣}{٤}$ ، ل(ﻡ ∩ ب) = $\frac{٥}{٨}$ أوجد :

(١) إحتمال عدم وقوع ب [$\frac{١}{٤}$] (٢) إحتمال وقوع ﻡ [$\frac{٥}{٨}$]

(٣) إحتمال وقوع ب فقط [$\frac{١}{٨}$] (٤) إحتمال وقوع أحدهما فقط [$\frac{١}{٨}$]

===

٦ إذا كان ﻡ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية وكان ل(ﻡَ) = ٠,٦ ،

ل(ب) = ٠,٢٥ ، ل(ﻡ ∩ ب) = ٠,٢ إحسب إحتمال :

(١) وقوع ﻡ [٠,٤]

(٢) وقوع ﻡ أو ب [٠,٤٥]

(٣) عدم وقوع ﻡ وعدم وقوع ب [٠,٥٥]

===

٧ إذا كان ﻡ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية وكان ل(ﻡ)َ = ٣ ل(ﻡ)

فأوجد ل(ﻡ)َ [$\frac{٣}{٤}$]

===

٨ إذا كان ﻡ، ب حدثين من فضاء عينة ف ، ل(ﻡ)= ٠,٦ ، ل(ب)= ٠,٨ ،

ل(ﻡَ ∪ بَ)= ٠,٥ فأحسب ل(ﻡَ ∩ ب) [٠,٣]

٩ إذا كان ⍴ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية وكان ل(⍴ ∪ ب) = ٠,٨٥

ل(⍴) = ٠,٧٥ ، ل(ب)َ = ٠,٦ أوجد :

ل(⍴∩ب) ، ل(⍴ ∩بَ) ، ل(⍴َ ∪ بَ) [٠,٣ ، ٠,٤٥ ، ٠,٧]

==

١٠ إذا كان ⍴ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية وكان ل(⍴)= $\frac{1}{2}$ ،

ل(ب)= س ، ل(⍴ ∪ ب)َ = $\frac{1}{3}$

❀ أوجد قيمة س إذا كان (١) ⍴ ، ب حدثان متنافيان (٢) ⍴ ⊂ ب [$\frac{1}{6}$ ، $\frac{2}{3}$]

❀ إذا كانت س = $\frac{1}{4}$ أوجد ل(⍴ ∩ ب) [$\frac{1}{12}$]

==

١١ إذا كان ⍴ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية وكان

ل(⍴)َ = $\frac{3}{5}$ ل(⍴ ∪ ب) = ٠,٤٥ فأوجد ل(ب) فى الحالات الاتية :

(١) ⍴ ، ب حدثان متنافيان [٠,٢]

(٢) ⍴ ⊂ ب [٠,٧٥]

==

١٢ إذا كان ⍴ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية وكان ل(⍴) = $\frac{1}{4}$ ،

ل(ب)= $\frac{2}{3}$ ، ل(⍴ ∩ ب) = $\frac{1}{6}$ فأحسب : ل(⍴ ∪ ب) ، ل(⍴∪ بَ) [$\frac{3}{4}$ ، $\frac{1}{2}$]

==

١٣ إذا كان ⍴ ، ب حدثين من فضاء العينة ف لتجربة عشوائية وكان ل(⍴) = ٠,٣ ،

ل(ب) = ٠,٨ ، ل(⍴ ∩ ب) = ٠,٢ إحسب كلا من :

ل(⍴َ) ، ل(⍴ ∪ ب) ، ل(⍴ – ب) ، ل(⍴َ ∪ بَ) [٠,٧ ، ٠,٩ ، ٠,١ ، ٠,٨]